
НОВЕ У ЗАКОНІ ТЯЖІННЯ НЬЮТОНА І ПРИСКОРЕНЕ РОЗШИРЕННЯ ВСЕСВІТУ

Іван Карпенко¹

¹Українська нафтогазова Академія (УНГА), Київ, Україна

ORCID 0000-0002-2500-8960

Електронна адреса: ivankarpenko26@gmail.com

Для цитування цієї статті:

Іван Карпенко. Нове у законі тяжіння ньютонів і прискорене розширення всесвіту. International Science Journal of Engineering & Agriculture. Vol. 1, No. 3, 2022, pp. 161-182. doi:10.46299/j.isjea.20220103.14.

Надійшла до редакції: 26 липня 2022 р.; **Схвалено:** 29 липня 2022 р.;

Опубліковано: 01 серпня 2022 р.

Анотація. Проблема вдосконалення польової теорії гравітації виникла в зв'язку з відкриттям прискореного віддалення далеких галактик. Прискорення може бути пояснене лише наявністю сили протилежної за напрямком гравітаційній силі. Прийнято, що згідно з визначенням гравітаційного потенціалу його значення для матеріальної точки дорівнює половині квадрата швидкості світла. Отримано регуляризований, тобто позбавлений сингулярності, вигляд формули тяжіння Ньютона. В ній для сферичного тіла в знаменнику формули замість квадрата віддалі до центра мас знаходиться квадрат суми цієї віддалі і гравітаційного радіусу маси тіла. Важливою принциповою властивістю модифікованої формули є те, що за її допомогою можна вивчати гравітаційне поле на віддаль від центра мас менших значення гравітаційного радіусу тіла. Наприклад, плоский однорідний і ізотропний Всесвіт має настільки мале значення середньої густини речовини, що радіус Всесвіту дорівнює його гравітаційному радіусу. Тому вивчення гравітаційного поля Всесвіту у великих масштабах потребує застосування модифікованої формули тяжіння Ньютона (МФТН). Встановлена властивість обмеженої дальності тяжіння на точку на поверхні кулі виділеної у евклідовому просторі з рівномірно розосередженою масою. Виявилось, що сила гравітаційного гальмування кулі, виділеної в однорідному, ізотропному і статичному Всесвіту, на пробне тіло на його поверхні збільшується зі зростанням радіусу кулі до віддалі рівної 7,84 мільярдів світлових років (при розрахунковому радіусі Всесвіту 13,59 мільярдів світлових років і при розрахунковій густині 10-26 кг / м³), а потім, незважаючи на зростання радіусу (об'єму) кулі та її маси, зменшується до нуля на нескінченності. Згідно формули Ньютона значення прискорення на нескінченності прямує до

нескінченного значення. Теоретично отриманий результат практично співпадає з недавнім експериментально установленим фактом, що 5 — 6 млрд. років тому космічний простір почав розширюватися із зростаючою швидкістю. Тому можна стверджувати не лише про правомірність МФТН, а і про існування властивості обмеженої дальності тяжіння в гравітаційній теорії. З МФТН також випливає, що сферично-симетрична матеріальна оболонка створює гравітаційне поле у внутрішньому просторі порожньої сфери. З віддаленням від центру сфери, в якому значення прискорення сили тяжіння дорівнює нулю, величина направлено від центра прискорення сили тяжіння зростає. Фізична природа цього явища визначається гравітаційним впливом зовнішніх по відношенню до сферично-симетричної матеріальної оболонки мас. Зокрема, цим пояснюється прискорений розбіг галактик, а також фізична природа утворення вайд та космічної павутини у Всесвіті. МФТН є складовою космічних технологій у вивченні Всесвіту.

Ключові слова. гравітаційна модель, всесвіт, постньютонівське наближення, прискорений розбіг галактик, гравітаційний радіус, гравітаційний потенціал, космічні дослідження.

1. Вступ

Теорія гравітаційного поля однорідної ізотропної кулі в наближенні Ньютона представлена законом зворотних квадратів Ньютона. Для простору поза кулею поле задовольняє рівнянню Лапласа, всередині кулі - описується рівнянням Пуассона [1].

Точніше рішення для однорідної ізотропної кулі було отримано Шварцшильдом в результаті розгляду рівнянь тяжіння Ейнштейна для простору поза так званою сферою Шварцшильда. Радіус останньої характеризується величиною гравітаційного радіусу $r_g = \frac{2GM}{c^2}$, де G - гравітаційна постійна, M - маса кулі, c - швидкість світла у вакуумі [2]. Це було істотним просуванням теорії, оскільки поле поблизу гравітаційного радіусу вже не описується рівняннями поля, що базуються на законі зворотних квадратів Ньютона.

Що ж до поля всередині сфери Шварцшильда, тобто у точках віддалених від початку координат на відстань $r < r_g$, то тут все виявилось значно складнішим. Класичні рівняння тяжіння Ейнштейна тут також не забезпечували коректного розв'язку. Вперше перетворення координат для зони $r < r_g$ було знайдено в 1938 році Леметром [2]. Але нестатична система відліку Леметра не покривала ще всю область простору-часу. У 1960 році Крускал ввів іншу нестатичну систему відліку, яка покривала вже весь простір-час аж до $r = 0$, що дало можливість говорити про принципову досяжність центральної сингулярності, тобто умови $r = 0$, коли куля вироджується в матеріальну точку.

Результатом отриманого розв'язку став широко відомий висновок про наявність гравітаційного колапсу, можливість утворення та існування у Всесвіті чорних дірок,

про зміну всередині сфери Шварцшильда простору часом і, навпаки, часу простором, а також інші.

Метою запропонованої роботи є дослідження поля усередині сфери Шварцшильда за допомогою не метричної, а модернізованої польової теорії гравітації. Тобто йдеться про поле всередині сфери Шварцшильда ($r < r_g$) і в найближчій околиці поза цією сферою. Для маси рівної масі Землі $r_g \approx 1$ см, для Сонця - $r_g \approx 3$ км, для Всесвіту при середній щільності речовини рівної критичної щільності (найбільш ймовірне значення щільності при сучасній вивченості), гравітаційний радіус r_g дорівнює радіусу всього Всесвіту, що дозволяє зробити висновок, що при розгляді у великих масштабах весь Всесвіт знаходиться всередині сфери Шварцшильда.

Теорію Ньютона прийнято вважати першим наближення до теорії гравітації. Надалі для неї використовуватимемо позначення «Н-наближення», тоді як теорію, що розвивається нижче, називатимемо постньютонівською (ПН) і розглядатимемо як друге наближення до польової теорії тяжіння і позначатимемо як ПН-наближення. На відміну від метричної теорії гравітації Ейнштейна в Н-наближенні та ПН-наближенні використовуються положення польової теорії гравітації. Нагадаємо, що про дивовижні можливості цієї теорії, у тому числі ще нереалізовані, свідчить отримання Лапласом ще в 1796 році формули для гравітаційного радіусу ($r_g = \frac{2GM}{c^2}$).

В даний час польова теорія гравітації успішно розвивається в роботах А. А. Логунова та його співробітників [3,4]. Відома також розроблена в 1983 М. Мілгром Модифікована ньютонівська динаміка (MOND) [5]. Не зупиняючись на аналізі названих робіт, зазначимо, що досі вони не отримали суттєвої підтримки серед астрономів та астрофізиків. І причина цього, як видається, у недостатності фізичного обґрунтування теорій, особливо другої зі згаданих.

Основною відмінністю ПН-наближення від метричної теорії гравітації для випадку поля однорідної ізотропної кулі є висновок, що гравітаційний потенціал на поверхні сфери Шварцшильда дорівнює не $c^2/2$, а $c^2/4$, а в центрі кулі – не нескінченності, а $c^2/2$. Те саме стосується висновку, який впливає як з теорії Ньютона, так і з рівнянь тяжіння Ейнштейна, що для точок всередині кулі ($r_i < r_0$) поле в точці r_i створюване кулею з радіусом r_i і, відповідно, масою $M(r_i)$, дорівнює полю матеріальної точки масою $M(r_i)$, поміщеної в центр кулі. У роботі буде показано, що останній висновок для точок ($r_i < r_g$) усередині сфери Шварцшильда є некоректним. Незважаючи на зазначені відмінності, ми вважаємо за доцільне зберегти назву «сфера Шварцшильда» за сферою з радіусом $r_i = r_g$, але з урахуванням того, що поняття «горизонту подій» до неї вже не застосовується.

2. Постньютоновський вираз для гравітаційного поля матеріальної точки

У нашому випадку матеріальна точка – це точка континууму, що містить масу-енергію, або матеріалізована точка континууму. Спочатку сформулюємо та обґрунтуємо наступне твердження: гравітаційний потенціал точки, в якій зосереджена маса $M \neq 0$, не залежить від величини маси та дорівнює половині квадрата швидкості світла.

За визначенням гравітаційний потенціал точки дорівнює половині квадрата другої космічної швидкості, необхідної для перенесення одиничної маси з цієї точки на нескінченність. Так само, одинична маса в результаті вільного падіння з нескінченності на момент досягнення досліджуваної точки набуває швидкість, яка дорівнює значенню другої космічної швидкості. Але згідно з теорією відносності швидкість поширення тіла не може перевищувати швидкості світла c . Звідси висновок: максимальне значення гравітаційного потенціалу в точці зосередженої маси неспроможне досягти нескінченного значення, воно не може перевищити величини $c^2/2$.

І це значення не залежить від величини маси. Якою б не була, великою чи маленькою зосереджена в точці маса M , пробне тіло, що падає на неї з нескінченності, завжди досягне максимального значення швидкості. Інакше кажучи, як швидкість світла у вакуумі, так і рівний половині квадрата швидкості світла гравітаційний потенціал матеріальної точки, є інваріантними характеристиками властивими простору-часу і матеріальної точці, відповідно. Тому слід записати, що

$$\varphi(r \rightarrow 0) = \frac{c^2}{2}, \quad \varphi(r \rightarrow \infty) = 0 \quad (1)$$

Вираз (1) означає, що матеріальна точка простору, що містить як завгодно малу, але не рівну нулю, масу речовини, має гравітаційний потенціал рівний половині квадрата швидкості світла, значення якого на нескінченному віддаленні від точки прямує до нуля. Як буде показано нижче, вплив маси M на навколишній простір проявляється наступним чином. Значення потенціалу в точці зосередження маси M залишається незмінним і рівним $c^2/2$, але чим більша маса M , тим більше значення гравітаційного потенціалу вона створює в порівнянні з меншою масою на однаковому віддаленні від центру мас.

2.1. Постньютоновський вираз для гравітаційного потенціалу матеріальної точки

З метою отримання виразу для гравітаційного потенціалу в ПН-наближенні позбавимося центральної сингулярності в законі зворотних квадратів Ньютона, використовуючи відомий метод регуляризації некоректно поставлених задач [6]. Для цього в знаменник виразу для потенціалу Ньютона введемо доданок $\beta > 0$. Знайдемо величину β , для якого значення потенціалу для випадку зосередження мас

у точці дорівнюватиме $c^2/2$. Інтегруванням визначимо величину U_∞ - роботу, яку необхідно виконати для перенесення одиничної маси m від точки з масою M на нескінченність, прийнявши, що гравітаційний потенціал φ точки ($r_i = 0$), дорівнює не нескінченності, а значенню $c^2/2$:

$$U_\infty = - \int_0^\infty \frac{GmM}{(r+\beta)^2} dr = -GmM \int_0^\infty \frac{dr}{(r+\beta)^2} = \frac{GmM}{(r+\beta)} \Big|_0^\infty = -\frac{GmM}{\beta} \quad (2)$$

Оскільки $\varphi = U_\infty/m$, то у нашому випадку $\varphi(0) = -\frac{GM}{\beta} = -\frac{c^2}{2}$, звідки $\beta = \frac{2GM}{c^2} > 0$. Величина β виявилася рівною гравітаційному радіусу $r_g = \frac{2GM}{c^2}$ для маси M зосередженої в матеріальній точці. У результаті вирази для гравітаційного потенціалу φ і прискорення сили тяжіння a для маси $M = const$, зосередженої в точці, у разі ПН-наближення слід записати у вигляді:

$$\varphi = -\frac{GM}{r+r_g}, \quad a = -\frac{GM}{(r+r_g)^2}, \quad r_g = \frac{2GM}{c^2}, \quad 0 \leq r < \infty. \quad (3)$$

Отриманий вираз для потенціалу забезпечує обґрунтовану формулою (2) умову незалежності потенціалу в точці $r = 0$ від величини маси M і його рівність величині $c^2/2$. Вираз для прискорення a - це закон зворотних квадратів Ньютона в ПН-наближенні.

Аналіз виразу потенціалу $\varphi = -\frac{GM}{r+r_g}$ показує, що: 1) при $r = 0$, $\varphi = c^2/2$, 2) при $r = r_g$, $\varphi = -\frac{c^2}{4}$; 3) при $r \rightarrow \infty$, $\varphi \rightarrow 0$. Звертає увагу, що у цих трьох точках значення потенціалу не залежить від величини маси M . При цьому передбачається, що $M \neq 0$ у точці $r = 0$, тобто точка простору не може бути енергетично порожньою. Це, власне, також впливає з вище прийнятої умови $\beta = \frac{2GM}{c^2} > 0$.

2.2. Аналіз прискорення гравітаційного тяжіння для матеріальної точки у ПН-наближенні

З виразів (3) очевидно, що гравітаційний потенціал і прискорення тяжіння на поверхні кулі і поза нею через невелику величину r_g для планет і більшості зірок практично збігаються з їх ньютонівськими аналогами. Наприклад, для Землі r_g менше 1 см при радіусі планети 6371 км, для Сонця - приблизно 3 км при радіусі 696 000 км. Але для простору Всесвіту з його виключно малою середньою щільністю речовини гравітаційний радіус r_g практично дорівнює радіусу всього Всесвіту, тому використання виразів (4) набуває принципового характеру. Те саме стосується нейтронних зірок і білих карликів з їхньою виключно великою щільністю речовини та значенням гравітаційного радіусу r_g , що наближається до величини радіусу зірки.

Проведемо порівняння чисельних оцінок виразів для прискорення в ньютонівому варіанті та відповідно до формули (3). Нехай маса m_i перевищує масу m_j у 100 разів. Відповідно до Н-наближення відношення n прискорень, створюваних цими точковими масами на тій самій відстані r , дорівнюватиме відношенню мас, тобто $n = \frac{m_i}{m_j} = 100$. При цьому відношення прискорень не залежить від відстані.

Зовсім інший результат на відстані порівнянній і меншій гравітаційного радіусу $r_g = 2Gm/c^2$ отримуємо в оцінці відношення прискорень за допомогою формули (4). Тобто, при використанні ПН-наближення отримуємо $n = \frac{m_i(r+r_{g_j})^2}{m_j(r+r_{g_i})^2}$. Якщо $r \ll$

$$r_{g_i}, r_{g_j}, \text{ то } n \cong \frac{m_i(r_{g_j})^2}{m_j(r_{g_i})^2} = \frac{m_j}{m_i} = \frac{1}{100}.$$

Тобто, прискорення, створюване більшою точковою масою $m_i = 100m_j$, на тій самій відстані від центру кулі виявилось в 100 разів меншим прискорення від малої точкової маси m_j . Малі значення прискорення для великих точкових мас на відстанях близьких до матеріальної точки пояснюються поведінкою функції гравітаційного потенціалу. Незалежно від величини маси значення потенціалу в точці однакове і дорівнює $c^2/2$. Але з відстанню згасання функції потенціалу залежить від величини маси: для великих мас значення потенціалу поблизу точки змінюється незначно, тому й прискорення мале. Для малих за величиною мас, навпаки, градієнт потенціалу великий, тому значення прискорення більше. З віддаленням від точки $r = r_g$ ситуація «нормалізується» - прискорення стає прямо пропорційним до величини маси.

На рис. 1 наведено графіки порівняння прискорень тяжіння порохованих за формулою Ньютона ($a_N = -GM/r^2$) та формулою ($a_E = -GM/(r+r_g)^2$) для однакового значення маси M залежно від відстані r в околиці точки $r = r_g$. При значеннях $r \leq r_g$ прискорення тяжіння a_E завжди менше значень a_N .

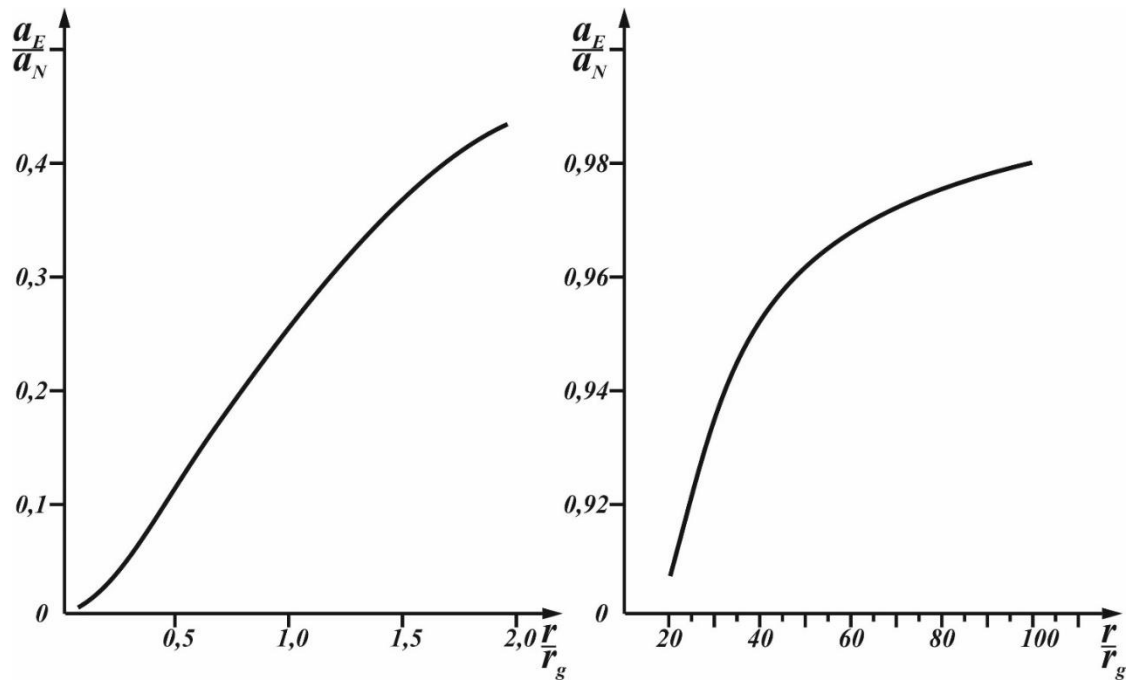


Рис. 1 Криві відношення прискорень тяжіння, порохованих за формулою ПН-наближення (a_E) та формулою Ньютона (a_N), залежно від відстані r до матеріальної точки.

$$a_E = -\frac{GM}{(r+r_g)^2}, \quad a_N = -\frac{GM}{r^2}, \quad r_g = \frac{2GM}{c^2}.$$

При значеннях $r \leq r_g$ (всередині сфери Шварцшильда) прискорення тяжіння a_E набагато менше значень a_N ; тільки при віддалі, що перевищує величину r_g у сто і більше разів, прискорення a_E і a_N практично зрівнюються.

3. Постньютонівське поле розосередженої маси

Спочатку розглянемо класичний варіант теорії гравітаційного потенціалу Ньютона в центрі однорідної кулі, потім існуючий скоригований варіант, а потім вираз гравітаційного потенціалу для точки всередині розосередженої маси в ПН-наближенні.

3.1. Гравітаційний потенціал Ньютона у центрі однорідної кулі.

Слідом за роботою [2], відтворимо схему отримання виразу для гравітаційного потенціалу із закону зворотних квадратів Ньютона. Гравітаційний потенціал у точці, що знаходиться від центру мас на відстані r_0 , є потенційною енергією U_∞ тіла у цій точці, віднесена до одиниці маси тіла: $\varphi = U_\infty/M$. Величина U_∞ дорівнює роботі сили тяжіння, що здійснюється при переміщенні точки масою m з

відстані r_0 на нескінченність. Вона обчислюється інтегруванням елементарної роботи сили тяжіння $F = GmM/r^2$, де M - величина зосередженої маси на початку координат, по змінній r на шляху від r_0 до нескінченності:

$$U_\infty = - \int_{r_0}^{\infty} \frac{GmM}{r^2} dr = -GmM \int_{r_0}^{\infty} \frac{dr}{r^2} = -\frac{GmM}{r_0} \quad (4)$$

Звідси ньютонівський гравітаційний потенціал у точці, що знаходиться на віддалі r_0 від центру мас M , виражається формулою $\varphi = -\frac{GM}{r_0}$. Але в центрі кулі, коли $r_0 \rightarrow 0$ або коли куля масою M апроксимується матеріальною точкою, в якій зосереджена вся маса кулі, потенціал прямує до нескінченності. Іншими словами, точка центру мас є некоректно визначеною, тобто сингулярною.

У законі обернених квадратів Ньютона: при $r = 0$, $\varphi = \infty$; 2) при $r = r_g$, $\varphi = -\frac{c^2}{2}$; 3) при $r \rightarrow \infty$, $\varphi \rightarrow 0$. Потенціал із зростанням r за абсолютною величиною зменшується від нескінченності до нуля. Але, як доводилося вище, нескінченне значення потенціалу в нульовій точці суперечить постулату теорії відносності про кінцевість швидкості світла.

3.2. Кориговане класичне гравітаційне поле Ньютона в центрі однорідної кулі

Ньютонівський вираз потенціалу для точок поза і всередині кулі радіусом r_0 має вигляд [7]:

$$\varphi = -\frac{GM}{r}, \quad r \geq r_0; \quad \varphi = -\frac{GM}{r_0^3} \left(\frac{3}{2} r_0^2 - \frac{1}{2} r^2 \right), \quad r < r_0. \quad (5)$$

Згідно (5) гравітаційний потенціал φ скрізь негативний, на поверхні кулі дорівнює $-GM/r_0$, в центрі кулі $-\frac{3}{2}GM/r_0$, а при віддаленні від кулі (випадок $r \rightarrow \infty$) прямує до нуля.

На перший погляд, потенціал у вигляді (5) є коректно визначеним у всьому просторі, в тому числі і в точці $r = 0$, в якій значення потенціалу дорівнює полуторній величині потенціалу на поверхні кулі. Проте, некоректність визначення потенціалу у центрі кулі залишається. Справді, для випадку $r = 0$ і одночасному прямуванні радіусу кулі r_0 до нуля, тобто при виродженні кулі в матеріальну точку, потенціал також прямує до нескінченності.

Ця некоректність проглядається також в залежності значення потенціалу в центрі кулі від радіусу r_0 кулі та її маси M , що може здаватися природним, але насправді суперечить основному постулату теорії відносності – сталості величини швидкості світла. Покажемо це.

Щоб зрозуміти, яким чином у виразі для потенціалу в центрі кулі з'явилася залежність від маси кулі та її радіусу, звернемося до теоретичного обґрунтування формули (5) [1]. Оскільки як верхня межа інтегрування приймається нескінченність, а радіус кулі r_0 , то остаточна формула для гравітаційного

потенціалу у внутрішній точці r кулі зі сферично симетричною розподіленою масою і радіусом r_0 набуває вигляду:

$$\varphi(r) = \frac{Gm(r)}{r} + 4\pi G \int_r^{r_0} \rho(r^1)r^1 dr^1, \quad r \leq r_0 \quad (6)$$

При $r = r_0$ матимемо $\varphi(r_0) = GM/r_0$ - потенціал точки на поверхні кулі, що створений масою M , яка розташована відповідно до ідеї центру мас у центрі кулі. У випадку, коли точка, що аналізується, знаходиться в центрі кулі, тобто при $r \rightarrow 0$ і $r_0 > 0$ приймається, що $\frac{m(r)}{r} \rightarrow 0$, тому

$$\varphi(0) = 4\pi G \int_0^{r_0} \rho(r^1)r^1 dr^1 \quad (7)$$

Ця величина залежить від закону зміни густини ρ з відстанню r . Зокрема, якщо куля - однорідна, то її потенціал у центрі кулі виявляється рівним

$$\varphi(0) = 4\pi G \rho \frac{r_0^2}{2} = \frac{4}{3} \pi r_0^3 \rho G \frac{3}{2r_0} = \frac{3}{2} \frac{MG}{r_0} = \frac{3}{2} \varphi(r_0), \quad M = \frac{4}{3} \pi r_0^3 \rho \quad (8)$$

Тим самим робиться висновок, що гравітаційний потенціал у центрі однорідної кулі у півтора рази більший, ніж на його поверхні.

Звернемо увагу, що визначення потенціалу передбачає роботу, яку потрібно здійснити, щоб перемістити цю матеріальну точку з масою, що дорівнює одиниці, із заданої точки в нескінченність. Тобто, верхньою межею інтегрування у другому доданку виразу (6) має бути не радіус r_0 кулі, а нескінченність, оскільки реальний простір поза кулею (наприклад, поза Землею, Сонцем, Галактикою) не є порожнім. Скільки б не була малою середня щільність ρ речовини у Всесвіті, при $r_0 \rightarrow \infty$ вираз (7) для $\varphi(0)$ прямує до нескінченності. Це перше зауваження до питання коректності отримання виразу (8).

Друге зауваження зводиться до того, що жодна точка простору не є енергетично порожньою, тому прийняту при виведенні виразу (8) умову $\lim_{r \rightarrow 0} \frac{Gm(r)}{r} \rightarrow 0$ не можна приймати беззастережно, оскільки $m(r=0) \neq 0$.

Можна це твердження висловити і наочно. Сумістимо початок системи координат із центром кулі масою $M = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho(r)$. Тоді, відповідно до наведеної формули маси M , у точці $r = 0$ значення маси також дорівнює нулю. Тобто, у всіх інших точках кулі значення маси відмінне від нуля і тільки в точці центру кулі, яка нічим не відрізняється від інших точок кулі, маса відсутня. Іншими словами, в геометричному та фізичному розумінні точка $r = 0$ існує, але вона чомусь на відміну від інших точок порожня.

З урахуванням сказаного рівняння (6) в ПН-наближенні набуває вигляду:

$$\varphi(r) = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{Gm(r)}{r+r_g} + 4\pi G \int_\varepsilon^\infty \rho(r^1)r^1 dr^1, \quad \varepsilon \rightarrow 0, \quad r \leq r_0 \quad (6^1)$$

У (6¹) перший доданок виразу (6) представлено у вигляді матеріальної точки, а в другому значення ε являє собою радіус околиці матеріальної точки, що прагне до

нуля, але не включає в себе саму матеріальну точку. З першого доданку виразу (6¹) отримуємо:

$$\lim_{r \rightarrow 0} \frac{Gm(r)}{r+r_g} = \frac{c^2}{2}, \quad r_g = \frac{2Gm(r)}{c^2} > 0. \quad (9)$$

Другий доданок $4\pi G \int_{\varepsilon}^{\infty} \rho(r^1)r^1 dr^1 = 0$, оскільки теорія тяжіння Ейнштейна, як і теорія тяжіння Ньютона, мають одну важливу особливість: «сферично-симетрична матеріальна оболонка не створює гравітаційного поля у внутрішній порожнині» [1,9]. В даному випадку достатньо, щоб ця властивість була справедливою лише для центральної точки $r = 0$. Тому робимо висновок, що гравітаційний потенціал у точці центру сферично-симетричного кулі дорівнює $\frac{c^2}{2}$, а не полуторній величині потенціалу його поверхні. І це значення не залежить ні від радіусу кулі, ні від її маси.

3.3. Вираз для гравітаційного потенціалу точки всередині розосередженої маси в ПН-наближенні

Тепер узагальним вирази (3) на випадок розосередженої маси, представивши її в наступному вигляді $m_i = \frac{4}{3}\pi r_i^3 \rho$, де r_i – радіус кулі масою m_i , виділеної, наприклад, усередині Всесвіту с масою M , де $m_i \leq M$, а ρ – щільність кулі. Величина U_{∞} дорівнює роботі сили тяжіння, що здійснюється при переміщенні точки масою m з відстані r_i на нескінченність:

$$U_{\infty} = - \int_{r_i}^{\infty} \frac{Gmm_i}{(r+\beta_i)^2} dr = -Gmm_i \int_{r_i}^{\infty} \frac{dr}{(r+\beta_i)^2} = -\frac{Gmm_i}{r_i+\beta_i}.$$

Гравітаційний потенціал $\varphi(r_i) = -\frac{Gm_i}{r_i+\beta_i}$, де коефіцієнт β_i визначимо з умови, що куля масою m_i та радіусом r_i апроксимується центром мас – матеріальною точкою масою m_i поміщеною в точку початку координат $r = 0$. Тоді β_i дорівнюватиме гравітаційному радіусу $r_{g_i} = \frac{2Gm_i}{c^2}$, що відповідає масі m_i . Зрештою, в ПН-наближенні вирази для потенціалу $\varphi(r_i)$ та прискорення $a(r_i)$ набувають вигляду:

$$\varphi(r_i) = -\frac{Gm_i}{r_i+r_{g_i}}, \quad a(r_i) = -\frac{Gm_i}{(r_i+r_{g_i})^2}, \quad r_{g_i} = \frac{2Gm_i}{c^2}, \quad 0 \leq r < \infty. \quad (10)$$

3.4. Властивість обмеженої дальності тяжіння

У законі зворотних квадратів Ньютона у разі розосередженої маси прискорення поверхні кулі масою M представляється так: $a_N = -\frac{GM}{r^2}$, де $M = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho$, тобто $a_N = -\frac{4}{3}G\pi r\rho$. При $r = 0$ $a_N = 0$, а при значенні $r \rightarrow \infty$ у загальному випадку $a_N \rightarrow \infty$ (наприклад, для Всесвіту, що характеризується сталістю середньої густини). Як бачимо, якщо для зосередженої маси теорії Ньютона невизначеність у формулі прискорення виникала в точці початку координат, то для розосередженої – при прагненні r до нескінченності.

У разі ПН-наближення прискорення a_E при $r = 0$ також набуває нульового значення:

$$a_E(r \rightarrow 0) = -\lim_{r \rightarrow 0} \frac{GM}{(r + r_g)^2} = -\lim_{r \rightarrow 0} \frac{br}{\left(1 + \frac{2br^2}{c^2}\right)^2} = 0, \quad M = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho \neq 0, \quad r_g > 0,$$

Де $b = \frac{4}{3}\pi G\rho$. Але більш суттєвим виявляється те, що прискорення a_E набуває нульового значення і при прямуванні $r \rightarrow \infty$:

$$a_E(r \rightarrow \infty) = -\lim_{r \rightarrow \infty} \frac{GM}{(r + r_g)^2} = -\lim_{r \rightarrow \infty} \frac{\frac{4}{3}G\pi r^3 \rho}{\left(r + \frac{\frac{8}{3}G\pi r^3 \rho}{c^2}\right)^2} =$$

$$-\lim_{r \rightarrow \infty} \frac{1}{\left(r + \frac{\frac{8}{3}G\pi r^3 \rho}{c^2}\right)\frac{4}{c^2} + \frac{12r}{c^2}\left(1 + \frac{8G\pi r^2 \rho}{c^2}\right)} = 0 \quad (11)$$

Таким чином, у ПН-наближенні сингулярності відсутні у всьому просторі $0 \leq r \leq \infty$ як для зосередженої, так і для розосередженої маси.

Рівність нулю a_E в граничних точках (нульовій та нескінченній) з одночасною присутністю енергії в просторі ($M \neq 0$) означає, що в інтервалі значень $0 < r < \infty$ в деякій точці r_e прискорення набуває екстремального значення. Визначимо цю точку, прирівнявши похідну від функції a_E по відстані r до нуля:

$$\frac{\partial}{\partial r} a_E(r) = \frac{\partial}{\partial r} \frac{GM}{(r + r_g)^2} = \frac{\partial}{\partial r} \frac{br}{\left(1 + \frac{2br^2}{c^2}\right)^2} = 0$$

В результаті отримуємо:

$$r_e = \frac{c}{\sqrt{8\pi G\rho}} \quad (12)$$

Те, що в ПН-наближенні у разі розосередженої маси прискорення a_E має екстремальну точку – зростає від нуля в центрі кулі до значення $a_E(r_e) = -\frac{GM}{(r_e + r_g)^2}$

у точці $r = r_e$, а потім знову зменшується до нуля, має виняткове значення для розуміння будови гравітаційного поля всередині кулі.

Порівняємо величини $r_e = \frac{c}{\sqrt{8\pi G\rho}}$ та гравітаційного радіусу $r_g = \frac{2GM}{c^2}$. Виділимо всередині розосередженої маси кулю радіусом $r_g = \frac{2G}{c^2} \frac{4}{3} \pi r_g^3 \rho$. Отримуємо $r_e = r_g/\sqrt{3}$. Тобто, екстремальна точка r_e менша за значення гравітаційного радіусу r_g і знаходиться всередині сфери Шварцшильда. Зважаючи на велике значення цієї точки для встановлення моделі будови Всесвіту її доцільно назвати, наприклад, малим гравітаційним радіусом.

Як пояснити наявність екстремальної точки r_e , що з'явилася в теорії ПН-наближення? Нами розглядається однорідна та ізотропна модель кулі. Можна, звісно, припускати, що з відстані r_e від центру кулі деякі сили відштовхування (наприклад, темна енергія) починають переважати над силами гравітаційного тяжіння (гальмування). Але в нашому розгляді жодних сил, крім гравітаційних сил гальмування, немає. Існує лише простір і присутня в ньому однорідно та ізотропно розподілена речовина. Тому, мабуть, логічно визнати, що наявність точки r_e є внутрішньою чи власною властивістю простору та присутньою в ньому речовини.

Можливе таке пояснення виявленої якості. У механіці Ньютона гравітаційне гальмування речовини кулі на пробний об'єкт поза кулею чи на його поверхні поширюється миттєво (з нескінченною швидкістю) і збільшується зі зростанням радіуса r кулі ($a_N = -\frac{4}{3}G\pi r\rho$) до нескінченного значення. У ЗТВ Ейнштейна швидкість гравітаційного впливу неспроможна перевищувати швидкості світла, але жодних обмежень на дальність впливу не накладається. Про це можна судити хоча б з того, що для слабких полів і малих швидкостей потенціал і прискорення тяжіння набувають вигляду формул тяжіння Ньютона (дивись розв'язок Шварцшильда для однорідної та ізотропної кулі в роботах [2,9]).

У ПН-наближенні нейтралізація впливу сингулярної точки $r = 0$ призвела до виявлення нової якості однорідного та ізотропного простору з умовною назвою *властивості обмеженої далекодії тяжіння*. Його можливе формулювання: сила гравітаційного впливу (гальмування) однорідної та ізотропної кулі, виділеної в однорідному ізотропному і плоскому просторі розосередженої маси, на пробне тіло, що знаходиться на його поверхні, збільшується зі зростанням радіуса r кулі до значення $r = r_e$, а потім, незважаючи на зростання радіусу (об'єму) кулі та її маси, зменшується до нуля при устремлінні $r \rightarrow \infty$.

Формально цю залежність можна представити так. При радіусі $r_i < r_e$ збільшення $a(r_i)$ зі зростанням r_i відбувається внаслідок більш швидкого зростання чисельника у виразі $a(r_i) = -\frac{Gm_i}{(r_i+r_{g_i})^2}$, в основному, за рахунок приросту маси. А при радіусі $r_i > r_e$ визначальний вплив має знаменник цього виразу, тобто зменшення прискорення відбувається внаслідок збільшення радіусу кулі.

3.5. Екстремальна точка тяжіння у моделі Всесвіту

Нижче на основі отриманого виразу для гравітаційного потенціалу точки в розосередженій масі розглянемо деякі особливості будови Всесвіту, що випливають із фізичної сутності екстремальної точки r_e .

Оскільки експериментальні дослідження свідчать про плоску геометрію Всесвіту, це означає, що середня щільність речовини в ній дорівнює або близька до критичного значення [10,11]. На підтвердження висловленої позиції пошлемося на широко відому дискусію С. Хокінга та Р. Пенроуза (2000 рік), одним із висновків якої є їх спільна позиція, що доказ рівності критичної та реальної щільності для сучасного періоду еволюції Всесвіту не є актуальною проблемою, «це лише питання часу».

Але при щільності, що дорівнює критичному значенню ρ_0 , геодезичний радіус Всесвіту R_0 дорівнює її гравітаційному радіусу r_g . Звідси випливає важливий висновок, що весь Всесвіт не тільки плоский, а й знаходиться всередині сфери Шварцшильда. Переконаємося в цьому, підставивши вираз для гравітаційного радіусу r_g критичне значення щільності $\rho_0 = \frac{3H_0^2}{8\pi G}$, де H_0 – параметр Хаббла:

$$r_g = \frac{2GM}{c^2} = \frac{2G}{c^2} \frac{4}{3} \pi R_0^3 \rho_0 = \frac{2G}{c^2} \frac{4}{3} \pi R_0^3 \frac{3H_0^2}{8\pi G} = R_0^3 \frac{H_0^2}{c^2} = R_0, \quad \text{где} \quad \frac{H_0^2}{c^2} = \frac{1}{R_0^2}. \quad (13)$$

Отже, якщо $\rho = \rho_0$, то геодезичний радіус R_0 Всесвіту збігається з гравітаційним радіусом r_g , тобто із радіусом поверхні сфери Шварцшильда. Тому гравітаційна модель Всесвіту є найбільш сприятливим об'єктом для її вивчення за допомогою ПН-наближення.

Розглянемо, які властивості простору-речовини можуть бути отримані з аналізу виразу для прискорення тяжіння (гальмування), якому піддаються галактики в полі розсіяного у Всесвіті речовини із середньою густиною ρ . Як зазначалося вище, у ПН-наближенні прискорення a_E , тобто у нашому випадку прискорення гальмування галактик, має екстремальну точку ($r_e = \frac{c}{\sqrt{8\pi G\rho}}$). Воно зростає від нуля в центрі кулі до значення $a_E(r_e) = -\frac{GM}{(r_e+r_g)^2}$ у точці $r = r_e$, а потім знову зменшується до нуля на нескінченності. Для подальшого дослідження виберемо значення ρ рівне критичному значенню щільності $0,974 * 10^{-29}$ г/см³.

Згідно з формулою (12) отримаємо, що точка максимального значення прискорення гальмування галактик знаходиться на відстані 7,84 млрд світлових років від обраного початку координат, тобто від нашої Галактики, оскільки вимір відстаней проводиться відносно Землі. Це означає, що на проміжку відстаней від нуля до точки $r = r_e$ гальмування процесу розширення Всесвіту посилюється, а від точки $r = r_e$ до нескінченності слабшає. Очевидно, наслідком цієї властивості

простору має бути ефект більш швидкого, ніж передбачено лінійним законом Хаббла, розбігання «далеких» (для $r > r_e$) галактик щодо «близьких», що знаходяться на відстанях $r < r_e$. Для «далеких» галактик величина гальмування виявилася меншою, ніж це впливає з механіки Ньютона, згідно з якою в моделі Всесвіту, що розглядається, для відстані $r \rightarrow \infty$ прискорення гальмування $a_N \rightarrow \infty$.

На рис. 2 показаний графік залежності прискорення тяжіння (гальмування) a_E в точці на поверхні кулі радіусом r виділеного всередині сучасного Всесвіту з постійною Хаббла $H_0 = 72$ км (км/с*Мпс), з однорідним ізотропним розподілом речовини в просторі та середньою щільністю $\rho = 10^{-29}$ г/см³. Винесено також значення сучасного радіусу ($R_0 = \frac{c}{H_0} = 13,59$ млрд. св. років) Всесвіту, а також значення $r_e = 7,84$ млрд. св. лет.

Власне, можна дійти висновку, що експериментальним підтвердженням властивості обмеженої далекодії є відзначене в 2011 році Нобелівською премією відкриття прискореного розширення Всесвіту. Відкриття зводиться до висновку, що 5 — 6 млрд. років тому космічний простір почав розширюватися не з падаючою, а зростаючою швидкістю, більше того, з прискоренням. Справді, різниця між сучасним віком Всесвіту (13,59 млрд. років) та точкою r_e (7,84 млрд. років) згідно з ПН-наближенням становить 5,75 млрд. років, що добре узгоджується з експериментально встановленим фактом.

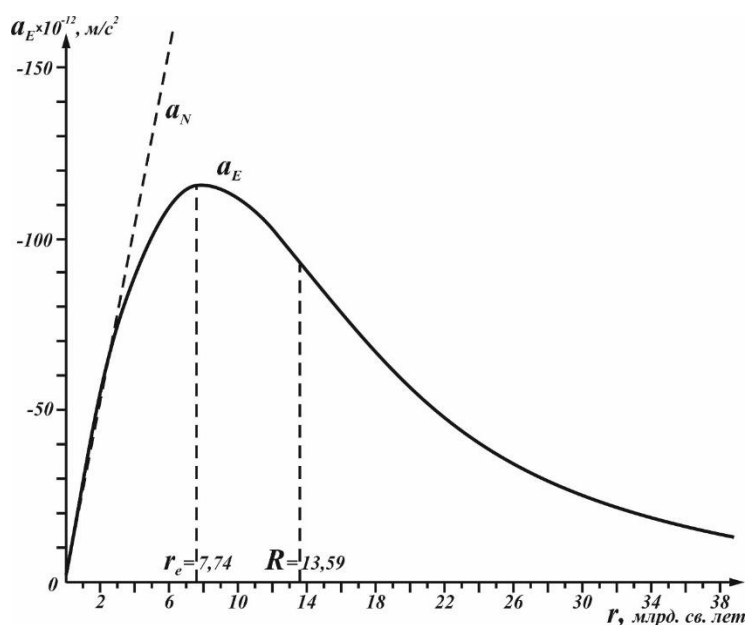


Рис. 2 Прискорення тяжіння a_E у точці на поверхні кулі радіусом r , виділеної всередині сучасного Всесвіту, в залежності від величини r .

Постійна $H_0 = 72$ км / (с * Мпс), простір з однорідним та ізотропним розподілом речовини і середньою щільністю $\rho = 10^{-29}$ г / см³.

$$a_N = -\frac{Gm_i}{r_i^2} = \frac{4}{3}\pi G\rho r_i$$
 – прискорення, пораховане відповідно до закону зворотних квадратів Ньютона; $a_E(r_i) = -\frac{Gm_i}{(r_i+r_{g_i})^2}$, $r_{g_i} = \frac{2Gm_i}{c^2}$, $r_e = \frac{c}{\sqrt{8\pi G\rho}}$, $m_i = \frac{4}{3}\pi r_i^3 \rho$. Максимальне значення прискорення гальмування у Всесвіті не перевищує значення $1,15 \cdot 10^{-10}$ м/с² і досягається на відстані $r_e = 7,74$ млрд. св. років від обраного початку координат, або мало місце у Всесвіті $13,59 - 7,74 = 5,85$ (млрд. років) тому, де $\frac{c}{H_0} = 13,59$ млрд. років – оцінка віку Всесвіту вздовж координатної осі ст.

3.6. Темна енергія як причина прискореного розбігу галактик?

У чому полягає природа саме прискореного руху далеких галактик? Чи міститься вона у структурі теорії ПН-наближення? Чи відбиває відстань r_e саме початок переважання «гравітаційного відштовхування» над тяжінням і яка фізична природа сили «відштовхування»?

На підставі проведених наприкінці 1990-х років спостережень наднових зірок було зроблено висновок, що розширення Всесвіту з часом прискорюється. Ці спостереження підкріплені вимірами реліктового випромінювання, гравітаційного лінзування, нуклеосинтезу Великого Вибуху. Для пояснення прискореного розширення Всесвіту постулюється існування невідомого виду енергії з негативним тиском. Її назвали "темною енергією". Фізична сутність темної енергії зводиться до визнання існування ненульової енергії та негативного тиску вакууму при незмінній енергетичній щільності, що рівномірно заповнює простір Всесвіту. Негативний тиск має породжувати відштовхування і тому викликати прискорене розширення Всесвіту.

Вважається, що темна енергія дуже рівномірно розподілена у просторі, має низьку щільність (порядку 10^{-29} г/см³), становить 70 % усієї енергії Всесвіту та взаємодіє зі звичайною матерією за допомогою гравітації. Теоретично гравітаційне відштовхування описується за допомогою космологічної константи λ .

Якщо λ позитивна, космологічний член «породжує» відштовхуючу силу, що збільшується з відстанню; якщо вона негативна, нова сила буде гальмуючою; при нульовому значенні λ ніякої сили немає, і космологічний член можна ігнорувати [12,13]. Нині космологічна константа сприймається як фізична стала, яка характеризує властивості вакууму.

Проте питання про природу гравітаційного відштовхування все ще є невирішеною проблемою сучасної фізики. Зведення його до «темної енергії» та уявлення останньої за допомогою космологічної константи ускладнюється тим, що більшість квантових теорій поля, ґрунтуючись на енергії квантового вакууму,

передбачають величезне значення космологічної константи, яке на багато порядків перевищує допустиме за космологічними уявленнями. Поки що не знайдено жодного способу, що дозволяє вивести з фізики елементарних частинок надзвичайно мале значення космологічної константи, визначене у космології.

З іншого боку з експериментально підтвердженого факту плоского Всесвіту випливає, що космологічна константа $\lambda = 0$, отже, немає такого феномена як «гравітація відштовхування». І причину прискореного розбігу галактик слід шукати, умовно кажучи, «в іншому місці».

3.7. Фізична природа прискореного руху далеких галактик у ПН-наближенні

Покажемо, що в теорії ПН-наближення немає необхідності введення окремої субстанції типу «темної енергії» для пояснення прискореного розбігу «далеких» галактик. Постньютонівська формула для прискорення сили тяжіння (10) для розосередженої маси пояснює прискорений розбіг галактик гравітаційним впливом космічної речовини, що знаходиться на відстанях $r_i < r \leq R_0$, де r_i - радіальна відстань до розглядуваної точки, R_0 - радіус Всесвіту. Тобто, гравітаційне «відштовхування» у середовищах із розосередженою масою – це та ж сама сила гравітаційного тяжіння, але створюється матеріальними об'єктами із зовнішнього боку сферично-симетричної матеріальної оболонки.

Власне, ідея гравітаційного впливу «далеких зірок» була висловлена Ернстом Махом ще в 1872 році і вона мала сильний вплив на А. Ейнштейна в процесі розробки ним ОТО стосовно космології. Необхідно було якось нейтралізувати гравітацію, щоб запобігти схлопуванню всіх матеріальних об'єктів в одну точку і забезпечити існування панівної тоді моделі стаціонарного Всесвіту.

Як уже згадувалося вище, теорія тяжіння Ейнштейна, як і теорія тяжіння Ньютона, мають одну важливу особливість: сферично-симетрична матеріальна оболонка не створює ніякого гравітаційного поля у внутрішній порожнині [1,8]. Що стосується теорії Ньютона це доводиться так. Розглядається матеріальна сфера та точкова маса m у довільній точці всередині сфери. Порівнюються сили тяжіння, що створюються речовиною на ділянках сфери a та b , які тягнуть масу m у протилежні сторони. Оскільки маса вважається рівномірно розподіленою поверхнею сфери, то для мас майданчиків a і b виходить відношення $\frac{M_a}{M_b} = \frac{r_a^2}{r_b^2}$. Відповідно сили, з якими майданчики притягують тіло, згідно із законом Ньютона, записуються таким чином:

$$F_a = \frac{GM_a m}{r_a^2}, \quad F_b = \frac{GM_b m}{r_b^2}, \quad \frac{F_a}{F_b} = \frac{M_a r_b^2}{M_b r_a^2}. \quad (14)$$

Підставляючи в (14) замість $\frac{M_a}{M_b}$ його значення через квадрати відстаней, отримуємо $F_a = F_b$, тобто, що ці сили рівні по абсолютній величині, спрямовані в

протилежні сторони і врівноважують одна одну. Висновок – усередині матеріальної сферичної оболонки відсутні сили тяжіння.

У разі ПН-наближення вираз (14) набуває наступного вигляду:

$$F_a = \frac{GM_a m}{(r_a + r_{g_a})^2}, \quad F_b = \frac{GM_b m}{(r_b + r_{g_b})^2}, \quad \frac{F_a}{F_b} = \frac{M_a (r_b + r_{g_b})^2}{M_b (r_a + r_{g_a})^2}, \quad (15)$$

Де r_{g_a} та r_{g_b} - гравітаційні радіуси мас M_a та M_b .

А з урахуванням того, що $\frac{M_a}{M_b} = \frac{r_a^2}{r_b^2}$ маємо

$$\frac{F_a}{F_b} = \frac{r_a^2 (r_b + r_a)^2}{r_b^2 (r_a + r_{g_a})^2}. \quad (16)$$

Будемо вважати, що відстань r_a менша за відстань r_b і проаналізуємо вираз (16), звівши його до вигляду:

$$\sqrt{\frac{F_a}{F_b}} = \frac{r_a r_b + r_a r_{g_b}}{r_a r_b + r_b r_{g_a}}. \quad (17)$$

Як бачимо, величина відношення сил $\frac{F_a}{F_b}$ може бути оцінена за допомогою величини відношення других доданків у чисельнику і знаменнику (17), тобто $\frac{r_a r_{g_b}}{r_b r_{g_a}}$

. Оскільки

$$\frac{r_{g_a}}{r_{g_b}} = \frac{M_a}{M_b} = \frac{r_a^2}{r_b^2}, \quad \text{то} \quad \frac{r_a r_{g_b}}{r_b r_{g_a}} = \frac{r_b}{r_a}. \quad (18)$$

З урахуванням того, що $r_b > r_a$, слідує висновок, що $r_a r_{g_b} > r_b r_{g_a}$ або, що чисельник у (17) більше знаменника, а значить $F_a > F_b$. Тобто маса M_a , що знаходиться ближче до маси m , сильніше притягує масу m , ніж масивніша, але більш віддалена маса M_b .

Таким чином, з ПН-наближення слідує, що сферично-симетрична матеріальна оболонка створює гравітаційне поле у внутрішній порожнині сфери. У центрі протилежно діючі сили врівноважені ($F_a = F_b$), але з віддаленням маси m від центру величина різниці ($F_a - F_b$) сил зростає. Іншими словами, в середовищі з розосередженою масою, для пробної маси m , що знаходиться на поверхні виділеної кулі масою M , гравітаційний вплив має не тільки маса M кулі, але і вся маса, що знаходиться ззовні кулі.

Для більш об'єктивного з'ясування проблеми візьмемо до уваги те, що після Великого Вибуху всі утворені галактики в 4-мірному просторі, де четверта координата ct , c - швидкість світла, t - час, рухаються по інерції з однаковими швидкостями рівними швидкості світла. І лише прив'язавши початок координат до однієї з галактик, ми відповідно до закону Хаббла спостерігаємо віддалення інших галактик щодо обраної. Галактика на поверхні кулі з центром на початку координат одночасно відчуває як спрямовану на початок координат силу тяжіння з боку маси кулі, так і протилежно спрямовану силу з боку зовнішніх по відношенню до кулі

мас. Тобто вона постійно знаходиться в полі тяжіння і результуючий вектор тяжіння завжди спрямований до початку координат.

На проміжку $0 < r < r_e$ результуюче прискорення тяжіння (гальмування) зростає, переважає гальмуючий вплив мас кулі, а на проміжку $r_e < r < r_g$ починає позначатися протилежно спрямований вплив зовнішніх мас, тому результуюче прискорення тяжіння послаблюється і перетворюється на нуль на нескінченності (рис.2). Галактики «на нескінченності» щодо обраного нами початку координат рухаються зі швидкістю світла.

Перебуваючи в полі тяжіння, будь-яка галактика рухається з прискоренням (гальмуванням), що є причиною утворення скупчень галактик і ще більших асоціативних форм. І якщо ми стверджуємо, що саме «далекі» галактики рухаються з прискоренням, то тільки тому, що на відстанях $r > r_e$ відмінність у прискоренні руху ближніх і далеких галактик стає особливо помітною внаслідок зростання впливу зовнішніх мас, відсутнього в точці початку координат і зростаючого з віддаленням від нього (рис.2). А ще тому, що розглядуване явище відбувається на фоні незалежного «розтягування» простору, пов'язаного з сферичним розширенням 3-мірного простору відносно точки Великого Вибуху.

Як бачимо, в теорії ПН-наближення немає необхідності у введенні поняття «темна енергія», що забезпечує прискорене віддалення далеких галактик. Темну енергію замінив вплив зовнішніх мас Всесвіту. Ні з теорії Ньютонівської, ні ОТО цей вплив не впливав, оскільки обидві ці теорії не забезпечують коректні гравітаційні рішення в області $r < r_g$ для простору у великих масштабах плоского Всесвіту

3.8. Проблема чорних дірок у ПН-наближенні

В теорії ПН-наближення утворення класичних чорних дірок неможливе, оскільки гравітаційний потенціал на віддалі гравітаційного радіуса від центру кулі дорівнює не $c^2/2$, а меншій величині - $c^2/4$. Таке тіло, для термінологічної зручності назовемо його масивним (або М) тілом, характеризується вже як звичайне тіло, яке може залишати не тільки випромінювання, а й матеріальні об'єкти, що мають швидкість більше половини швидкості світла.

Проте, мабуть, немає обмежень на кількість матерії, яка може вміщувати таке М-тіло. Хоча, як згадувалося вище, що більша маса тіла, то менше прискорення тяжіння нею створюється в області $r < r_g$. Але на великих віддальях $r \gg r_g$ таке тіло по гравітаційному впливу не відрізняється від ньютонівського тіла, тому поводить себе як «чорна діра» відповідної маси.

Для М-тіла завжди виконується умова: його радіус r_0 за величиною може бути близьким, але завжди більшим гравітаційного радіуса r_g . При досягненні рівності ($r_g = r_0$) тіло стає подібно до Всесвіту плоским тілом. Тобто тілом, в об'ємі якого міститься максимально можлива кількість матерії і стійке існування якого можливе

тільки при розширенні та надходженні додаткової матерії (енергії) для підтримки плоского стану.

Якщо продовжити аналогію М-тіла з чорною дірою, виникає наступне питання. Якщо знехтувати хокінговим випромінюванням [14,15], можна вважати тіло чорної діри насправді чорним, воно не світиться, як і спостерігається в окремих астрономічних експериментах. Тому для ще «тіснішої» аналогії бажано щоб і М-тіло не світилося. Не виключено, що це можливо, якщо, наприклад, це кваркове тіло, або тіло з ще більш «глибоким» фазовим станом, властивостей яких на сьогодні ми не знаємо.

4. Результати та висновки

4.1. Основні властивості гравітаційного поля матеріальної точки в ПН-наближенні:

- вирази для гравітаційного потенціалу φ і прискорення сили тяжіння a для маси $M = const$, зосередженої в точці, у ПН-наближенні мають вигляд:

$$\varphi = -\frac{GM}{r+r_g}, \quad a = -\frac{GM}{(r+r_g)^2}, \quad r_g = \frac{2GM}{c^2}, \quad 0 \leq r < \infty.$$

- гравітаційний потенціал матеріальної точки ($r = 0$), у якій зосереджена маса $M \neq 0$, не залежить від величини маси і дорівнює половині квадрата швидкості світла;

- з віддаленням від матеріальної точки значення гравітаційного потенціалу змінюється від $c^2/2$ у самій точці до $c^2/4$ на поверхні її гравітаційного радіусу $r_g = \frac{2GM}{c^2}$ і прямує до нуля на нескінченності;

- значення прискорення тяжіння a_E , створюваного матеріальною точкою всередині сфери Шварцшильда, менше прискорення a_N , порахованого за формулою Ньютона, і становить приблизно: 10% на відстані r/r_g рівній 0,5; 24% - при $\frac{r}{r_g} = 1,0$ і тільки на відстанях $r > 100r_g$ прискорення a_E і a_N практично зрівнюються;

- у ближній зоні матеріальної точки (на відстанях $r \ll r_g$ прискорення характеризується зворотною залежністю від маси та прямує до нуля при масі $M \rightarrow \infty$; останнє свідчить про те, що накопичення маси у центральній частині сфери ($r \ll r_g$) відбувається з тим меншим прискоренням, чим більша маса вже накопичилася.

4.2. Основні властивості гравітаційного поля розосередженої маси в ПН-наближенні

Основні властивості гравітаційного поля розосередженої маси в ПН-наближенні

- у ПН-наближенні вирази для потенціалу $\varphi(r_i)$ та прискорення $a(r_i)$ на поверхні кулі масою m_i та радіусом r_i , виділеного всередині сферично однорідної ізотропної розосередженої маси з центром симетрії на початку координат, мають вигляд:

$$\varphi(r_i) = -\frac{Gm_i}{r_i+r_{g_i}}, \quad a(r_i) = -\frac{Gm_i}{(r_i+r_{g_i})^2}, \quad r_{g_i} = \frac{2Gm_i}{c^2}, \quad 0 \leq r < \infty;$$

- прискорення тяжіння a має екстремальну точку – зростає від нуля в центрі кулі до значення $a(r_e) = -\frac{GM}{(r_e+r_g)^2}$ у точці $r = r_e$, $r_e = \frac{c}{\sqrt{8\pi G\rho}}$, де ρ – густина речовини, а потім знову зменшується до нуля на нескінченності; відповідно до формули Ньютона прискорення на нескінченності набуває нескінченного за величиною значення;

- наявність в теорії ПН-наближення екстремальної точки r_e дозволяє сформулювати властивість обмеженої дальності тяжіння. А саме: сила гравітаційного гальмування кулі, виділеної в однорідному та ізотропному просторі, на пробне тіло на його поверхні збільшується зі зростанням радіусу r кулі до значення $r = r_e$, а потім, незважаючи на зростання радіусу (об'єму) кулі та її маси, зменшується до нуля при прямуванні $r \rightarrow \infty$;

- величина параметра r_e знаходиться у зворотній залежності від густини речовини кулі (простору). Для простору, що складається виключно з атомних ядер (щільність ядра $2,8 * 10^{17}$ кг/м³) $r_e = 13,8$ км; із речовини Землі (щільність 5518 кг/м³) - $r_e = 98,6$ млн. км або 5,5 світлових хвилин; із речовини Сонця (щільність 1409 кг/м³) - $r_e = 195,2$ млн. км чи 10,84 світлових хвилин. Для сучасного простору Всесвіту (щільність 10^{-26} кг/м³) $r_e = 7,84$ мільярдів світлових років;

- у ПН-наближенні зростання значення прискорення тяжіння в діапазоні відстаней $0 < r < r_e$ з формальної точки зору пов'язаний з переважаючим впливом зростаючої маси кулі (чисельника у виразі (10)), а його падіння в діапазоні відстаней $r_e < r < \infty$ - з переважним впливом величини радіуса кулі (знаменника у (10)), тобто віддаленням поверхні кулі від його центру мас;

- з фізичної точки зору відмінність пов'язана зі зростаючим впливом на прискорення гальмування зовнішніх мас, оскільки в середовищі з розосередженою масою, для пробної маси m , що знаходиться на поверхні виділеної кулі масою M , гравітаційний вплив має не тільки маса M кулі, але і вся маса, що знаходиться ззовні кулі.

4.3. Експериментальним підтвердженням властивості обмеженої дальності і в цілому дієвості ПН-наближення

Експериментальним підтвердженням властивості обмеженої дальності і в цілому дієвості ПН-наближення є відкриття в 1998 - 1999 роках розширення Всесвіту, що прискорюється. Відкриття зводиться до висновку, що 5 — 6 млрд. років тому космічний простір почав розширюватися не з швидкістю, що падає, а зростаючою. Різниця між сучасним віком Всесвіту (13,59 млрд. років) та точкою r_e (7,84 млрд. років) згідно з ПН-наближенням становить 5,75 млрд. років, що добре узгоджується з експериментально встановленим фактом.

Відповідно до ПН-наближення, зростання значення прискорення тяжіння в діапазоні відстаней $0 < r < r_e$ пов'язане з переважаючим впливом маси всередині кулі радіусом r_e , а його падіння в діапазоні відстаней $r_e < r < \infty$ - зі зростаючим впливом маси, що знаходиться поза кулею. І цей ефект не пов'язаний із наявністю якоїсь додаткової сили, окрім гравітаційного тяжіння, що впливає на галактики.

Список літератури

- 1) Пантелеев В. Л. Физика Земли и планет. Курс лекций. Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова. Физический факультет. Москва, 2001. 117 с.
- 2) Захаров В.Д. Тяготение. От Аристотеля до Эйнштейна. – Москва: БИНОМ. Лаб. знаний, 2003. – 278 с.
- 3) «Лекции по теории относительности и гравитации. Современный анализ проблемы», М.: "Наука" (1987)
- 4) Пайс А. Научная деятельность и жизнь Альберта Эйнштейна: Пер. с англ./Под ред. акад. А. А. Логунова. – М.; Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит, 1989. – 568 с.
- 5) Модифицированная ньютоновская динамика <https://ru.wikipedia.org/wiki>
- 6) Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. – Москва: Главная редакция физ.-мат. литературы изд. «Наука», 1979. - 288 с.
- 7) Кузьмичев В. Е. Законы и формулы физики / Отв. ред. В. К. Тартаковский. – Киев: Наук. думка, 1989. – 864 с.
- 8) Новиков И. Д. Эволюция Вселенной – 2-е изд., перераб. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1983, 192 с.
- 9) Ландау, Л. Д., Лифшиц, Е. М. Теория поля. — Издание 8-е, стереотипное. — М.: [Физматлит](#), 2006. — 534 с.
- 10) Черепанов Г. П. Вселенная в большом масштабе: прошлое, настоящее, будущее // Физ. мезомех. – 2016. – Т. 19. - №5. - С. 5-16.
- 11) [Астрономічний енциклопедичний словник](#) / за заг. ред. [І. А. Климичина](#) та А. О. Корсунь. — Львів : Голов. астроном. обсерваторія НАН України : Львів. нац. ун-т ім. Івана Франка, 2003. — 548 с.

12) Саскінд Л. Битва при черной дыре. Мое сражение со Стивеном Хокингом за мир, безопасный для квантовой механики. – СПб.; Питер, 2013. – 448 с.

13) Общая теория относительности: Пер. с англ./Под ред. С. Хокинга, В. Израэля. – М.: Мир, 1983. – 455 с.

14) Хокинг С. Мир в ореховой скорлупке / Пер. с англ. А. Сергеева // - СПб.: Амфора, 2007. – 218 с.

15) Грин Б. Р. Ткань космоса: Пространство, время и структура реальности / Перевод Юрия Артамонова книги «The fabric of the cosmos: space, time and the texture of reality / Brian R. Greene». Random House, Inc., New York, 2004. ISBN 0-375-41288-3. y-a-arta@yandex.ru.