
Спрощена фізико-математична модель теплообміну при нагріванні виливка в печі

Микола Босий

Кафедра матеріалознавства та ливарного виробництва/факультет механіко-технологічний,
Центральноукраїнський національний технічний університет, Кропивницький, Україна
ORCID: 0000-0002-3090-0427

Олена Боса

Кафедра матеріалознавства та ливарного виробництва/факультет механіко-технологічний,
Центральноукраїнський національний технічний університет, Кропивницький, Україна
ORCID: 0000-0001-7621-6631

Для цитування цієї статті:

Босий Микола, Боса Олена. Спрощена фізико-математична модель теплообміну при нагріванні виливка в печі. International Science Journal of Engineering & Agriculture Vol. 2, No. 2, 2023, pp. 75-81. doi:10.46299/j.isjea.20230202.07.

Надійшла до редакції: 21 березня 2023 р.; **Схвалено:** 26 березня 2023 р.;

Опубліковано: 01 квітня 2023 р.

Анотація: Натепер математичне моделювання процесу нагрівання виливків в печах як об'єкт дослідження є актуальним завданням за потреби більш точних моделей, беручи до уваги складні теплофізичні процеси, які протікають при тепловій обробці виливків у промислових печах. У статті наведена спрощена фізико-математична модель теплообміну при нагріванні виливка в печі, яка описує теплообмінні процеси при використанні виробничої технології нагрівання виливків в печах. Представлена спрощена фізико-математична модель теплообміну при нагріванні виливка в печі описується рівнянням конвективного теплообміну. Моделювання процесу нагрівання виливка в печі дає змогу знайти його оптимальні параметри. Спрощена фізико-математична модель теплообміну при нагріванні виливка в печі може бути використана для вивчення процесу нагрівання виливків з будь-якого металу чи сплаву (чавун, сталь, алюміній, бронза). Спрощена фізико-математична модель теплообміну при нагріванні виливка в печі побудована на звичайних диференціальних рівняннях і дозволяє розрахувати час нагрівання виливка. Адекватність спрощеної фізико-математичної моделі теплообміну при нагріванні виливка в печі підтверджується порівнянням отриманих результатів з експериментальними даними. На підставі отриманих результатів можна стверджувати, що вони задовільно узгоджуються з експериментальними даними.

Ключові слова: теплообмін, закон Ньютона-Ріхмана, нагрівання виливка, метод відокремлення змінних, нагрівальна піч

1. Вступ

Метали і сплави застосовуються в різних галузях промисловості та виробництва. А використання термічної обробки при розширеному виробництві виливків і заготовок з металевих матеріалів (чавун, сталь, алюміній) дозволяє підвищити їх якість. Математичні моделі технологічних процесів нагрівання виливків відіграють важливу роль у їх виробництві, про що свідчать роботи [1,2,4,5].

В процесах лиття для нагрівання виливків набули широкого застосування нагрівальні печі [3,4].

Основними є моделі: оцінка теплового стану металу (модель нагрівання); оцінка тривалості нагрівання; модель управління тепловим режимом печі.

Розгляд технологічних процесів нагрівання металу в печі потребує вивчення тепломасообмінних процесів, аналіз яких створює теоретичну базу для вдосконалення конструкцій і теплових режимів термічних печей і агрегатів, можливостей впливу на структуру і властивості матеріалів, для оцінки шляхів підвищення якості продукції, зниження витрат палива та шкідливих викидів [1,3,4,11].

2. Об'єкт і предмет дослідження

Нині математичне моделювання процесу нагрівання виливків в печах як об'єкт дослідження є актуальним завданням, оскільки потрібні більш точні моделі, що враховують всі складні теплофізичні процеси, які протікають при тепловій обробці виливків у печах. Можна застосовувати кілька різних моделей, які в сукупності повністю описують процес нагрівання виливків.

Для вивчення і аналізу цих питань використовується математичне моделювання тепломасообмінних процесів при нагріванні виливків в печі як предмет дослідження. Якщо результати моделювання підтверджуються і можуть бути основою для прогнозування процесів, що протікають в досліджуваних об'єктах, то модель адекватна об'єкту.

3. Мета та задачі дослідження

Метою статті є побудова спрощеної фізико-математичної моделі теплообміну при нагріванні виливка в печі:

- характеристика методів математичного моделювання теплообмінних процесів нагрівання виливків у печі;
- визначення часу нагрівання виливка в нагрівальній печі.

4. Аналіз літератури

Моделювання об'єктів в процесах лиття здійснюється рівняннями математичної фізики. Особливості моделювання технологічних процесів лиття включають в себе процеси нагрівання виливків в печі [1, 2, 4].

Для технологічних процесів нагрівання виливків можуть бути побудовані різні за складністю і сутністю опису математичні моделі. Для математичного моделювання технологічних процесів нагрівання виливків в печі найбільш зручним є метод, який базується на фізичних законах теплопередачі: конвекції (закон Ньютона-Ріхмана), випромінювання (закон Стефана-Больцмана), теплопровідності (закон Фур'є) [1,2, 5].

Побудова моделі на основі фізичних законів полягає в наступному:

- побудова і вибір структури математичної моделі на основі фізичних законів і мети моделювання;
- оцінювання параметрів моделі за наявними даними про процес.

Натепер для розв'язку різних задач оптимізації і управління технологічним процесом нагрівання виливка в печі найбільш широко використовується математична модель нагрівання масивного тіла з врахуванням ефектів теплопередачі випромінюванням і конвекцією [5].

В основі таких моделей лежить спільне рішення задач зовнішнього і внутрішнього теплообміну і рівнянь теплового балансу при різних вихідних даних і крайових умовах. Розроблені математичні моделі нагрівальних печей дозволяють проводити, як перевіірочні

розрахунки нагрівання виливка при заданому температурному режимі роботи печі, так і визначення за допомогою комп'ютерних програм температурного режиму нагрівання виливка. Для опису процесу нагрівання виливка використовують моделі не складніше одновимірного рівняння теплопровідності [1,4,5].

У більшості випадків в моделях теплообміну для визначення температури виливків використовуються тільки зональні термометри. Вплив всіх інших параметрів теплообміну можна привести до температури робочого простору в зоні печі. При цьому, модель теплообміну може бути представлена в променистій, променисто-конвективній, або тільки в конвективній формах. В межах фізичної зони печі вибирається кілька розрахункових зон. Для врахування нерівномірності температури робочого простору по довжині зони застосовуються різні способи «виправлення» показань зональних термометрів в залежності від координат по довжині зони. Уточнення істинного значення коефіцієнта сумарної теплопередачі, використовуваного в моделі нагрівання виливків, проводиться шляхом порівняння вимірених значень температури поверхні металу в зонах з відповідними розрахованими значеннями [5].

Спрощена модель динаміки нагрівання металу у системі «пічні гази – кладка печі – метал» без суттєвого відхилення від динаміки реального об'єкту розроблена в роботі [6].

Запропоновано математичну модель оптимального управління процесом малоокислювального нагрівання металу за умов печей камерного типу. Як критерії дій, що управляють, розглянуто витрату палива, питому витрату кисню та коефіцієнт витрати повітря, яке подають на допалювання палива [7].

В роботі [8] на основі апроксимації миттєвого розподілу температури по товщині металу, що нагрівається, експоненціальною функцією запропонована математична модель нагріву. Ця модель може бути запропонована при синтезі оптимального по швидкості алгоритму управління температурним режимом нагрівальної печі камерного типу.

Проведено аналіз відомих методів оптимізації процесу нагрівання масивних зливків під час термічної обробки в полумєневих термічних печах камерного типу. Запропоновано математичну модель, яка дозволяє без розв'язання диференціальних рівнянь теплопровідності розробити алгоритм розрахунку температури нагрівального середовища за часом, що забезпечує заданий розподіл температури щодо перерізу зливків при здійсненні термічної обробки з двома та більше рівнями сталості [9].

У роботі [10] запропоновано математичну модель та розроблено алгоритм розрахунків нагрівання термічно масивних тіл у полумєневих печах камерного типу, які можна використовувати під час розглядання управління процесом нагрівання металу під термічну обробку з трьома та більше рівнями сталості.

Проаналізовані відомі задачі математичної оптимізації нагрівання металу під термічну обробку в полумєневих печах камерного типу. Встановлено, що вирішення задач вказаного типу є ускладненим відсутністю простої моделі, яка визначає залежність кінцевих показників якості нагрівання від дій, що управляють у системі «гріючі гази – кладка – метал». При прийнятті деяких припущень результати моделювання можливо використовувати тільки для якісного аналізу теплової роботи печей [11].

Адекватність моделей в реальному процесі визначається методами ідентифікації. У цьому випадку інформація про температуру металу є джерелом оцінки якості моделі і розробки простих і надійних алгоритмів ідентифікації. Для прогнозу часу нагрівання виливків, заготовок використовується оцінка математичної моделі інтервалу часу між послідовною подачею в піч двох виливків однієї партії металу. Таким чином, питання побудови спрощеної фізико-математичної моделі теплообміну в нагрівальних печах є актуальним.

5. Методи дослідження

Знання з тепломасообмінних процесів в сучасній технології термічної обробки матеріалів відіграють важливу роль. Питання розвитку теплообміну входить до основних розділів сучасної фундаментальної науки, яка постійно розвиває методи дослідження процесів перенесення маси та енергії і дозволяє з'ясувати сутність термічних технологій [12].

Нині виконаний аналіз методів математичного моделювання теплової роботи нагрівальних і термічних печей показав, що в даний час поряд з традиційними методами вирішення задач теплопровідності знаходять поширення програмні комплекси, що дозволяють враховувати ряд складних теплофізичних і гідродинамічних процесів, які відбуваються при нагріванні виливка в печах [13].

В роботі [14] наведені структурні схеми адаптивних систем управління нагрівальними печами з детальним аналізом об'єктів, а також математичні моделі тепломасообмінних процесів для використання в цих системах. Розглянуто методіку складання моделей, а також варіанти їх застосування для оптимізації режимів нагрівання металу.

Математичну модель нагрівання металу і вибору температурного режиму печі, при якому мінімізується час нагрівання, розроблено в роботі [15].

Розроблена математична модель для визначення часу нагрівання і витримки при термічній обробці чавунного виливка. Результати моделювання свідчать про підвищення якості термічної обробки виливка, зниження часу термообробки та зменшення сумарної витрати палива [16].

Математичні моделі будуються здебільшого для однофакторних систем (тобто для систем з однією незалежною змінною) і не часто – для систем з більшою кількістю незалежних змінних.

В першу чергу для математичної моделі типу $y = f(x)$ складають диференціальне рівняння даної залежності. Потім використовують відповідні фундаментальні закони фізики, фізичної хімії, інших природничих наук, розглядають ситуацію в деякій довільній точці вказаної залежності. Придавши аргументу нескінченно малий приріст dx , записують відповідний нескінченно малий приріст функції dy і отримують диференціальне рівняння, інтегрування якого з урахуванням конкретних умов задачі дає теоретичну математичну модель.

Задача побудови математичної моделі для багатфакторних систем є значно складнішою, ніж для систем однофакторних. Прикладом такої задачі є побудова теоретичної математичної моделі нестационарної теплопровідності для тіл простої форми (пластина, циліндр, куля). Математичні моделі з цього питання широко використовуються в теплотехніці технологічних процесів лиття [1, 2].

Розглянемо спрощену фізико-математичну модель теплообміну при нагріванні виливка в печі для умов, що тіло, яке нагрівається є «тонким», тобто в нього, коефіцієнт теплопровідності λ є дуже великим, і теплота від печі до виливка передається згідно із законом Ньютона-Ріхмана при сталій температурі печі ($T_{\text{п}} = \text{const}$).

В момент часу τ від початку нагрівання за проміжок часу $d\tau$ від печі до виливка передається теплота (рис. 1)

$$\delta Q = \alpha(T_{\text{п}} - T_{\text{в}})F d\tau, \quad (1)$$

де α – ефективний коефіцієнт тепловіддачі конвекцією від пічних газів до виливка, $\text{Вт}/\text{м}^2 \cdot \text{К}$; $T_{\text{п}}$ і $T_{\text{в}}$ – температури печі і виливка, К ; F – теплосприймаюча поверхня виливка, м^2 . Теплота δQ , яка нагріває виливок на $dT_{\text{в}}$

$$\delta Q = mcdT_{\text{в}}, \quad (2)$$

де m і c – маса і теплоємність виливка.

Прирівнюємо праві частини рівнянь (1) і (2) і одержуємо диференціальне рівняння процесу, яке пов'язує між собою дві змінні величини – час нагрівання τ і температуру виливка T_B

$$\alpha(T_{\text{п}} - T_B)F d\tau = mc dT_B. \quad (3)$$

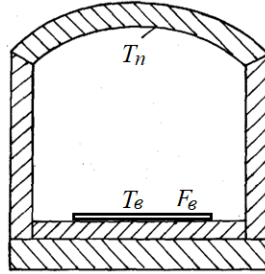


Рис. 1. Схема нагрівання виливка в печі.

Використовуючи метод відокремлення змінних розв'язуємо рівняння (3)

$$\int_0^{\tau} d\tau = (mc/\alpha F) \int_{T_{B,\text{поч}}}^{T_{B,\text{кін}}} dT_B / (T_{\text{п}} - T_B). \quad (4)$$

Інтегруємо рівняння (4) і одержуємо наступне рівняння для визначення часу нагрівання виливка в печі

$$\tau = (mc/\alpha F) \ln \left[(T_{\text{п}} - T_{B,\text{поч}}) / (T_{\text{п}} - T_{B,\text{кін}}) \right]. \quad (5)$$

Рівняння (5) і буде спрощеною фізико-математичною теоретичною моделлю теплообміну при нагріванні виливка в печі.

6. Результати дослідження

За вищевикладеною методикою та відповідними даними розраховували час нагрівання сталевого виливка в нагрівальній печі: діаметром 0,05м і висотою 0,3м при сталій температурі печі $t_{\text{п}} = 1200$ °С, кінцевій температурі виливка $t_{\text{к}} = 1050$ °С, початковій температурі виливка $t_{\text{н}} = 20$ °С, густині металу $\rho = 7800$ кг/м³, теплоємності металу $c = 0,500$ кДж/кг·К, коефіцієнті теплопровідності металу $\lambda = 45$ Вт/м·К, ефективному коефіцієнті тепловіддачі $\alpha = 300$ Вт/м²·К. Час нагрівання виливка, визначений за формулою (5), становить 0,30 год. Одержанні в наведеному прикладі розрахункові значення часу нагрівання виливка близькі до дійсних.

7. Перспективи подальшого розвитку досліджень

Запропонований підхід в моделюванні процесу нагрівання виливка в печі з використанням конвективного теплообміну планується розширити на інші види сплавів. Крім того, одержані результати планується використати при термічній обробці виливків з різних металів та сплавів.

8. Висновки

Наведена спрощена фізико-математична модель теплообміну при нагріванні виливка в печі та розраховано час нагрівання сталевого виливка діаметром 0,05 м і висотою 0,3 м який становить 0,30 год.

Спрощена фізико-математична модель теплообміну при нагріванні виливка в печі з урахуванням сталої температури печі може бути використана для вирішення задач по розрахунку часу нагрівання виливків з різних металевих матеріалів та сплавів.

Оцінка точності результатів проводилася шляхом порівняння розрахункових значень часу нагрівання виливків в печі з наявними експериментальними даними, що обґрунтовує достовірність отриманих результатів з задовільною точністю.

Список літератури:

1) Viktor Aulin, Mykola Bosiy, Volodymyr Kropivnyi, Olexandr Kuzyk, Alena Kropivna (2021). Mathematical modeling of heat exchange processes when heating metal in a furnace. Вісник Тернопільського національного технічного університету. № 4 (104). 123-130. <http://elartu.tntu.edu.ua/handle/lib/39556>

2) Сабірзянов Т.Г. Кропівний В.М. (2005). Теплотехніка ливарних процесів. Кіровоград: КНТУ, 402.

3) Сабірзянов Т.Г. (2007). Печі ливарних цехів. Кіровоград: КНТУ, 280.

4) Кривандин В.А., Марков Б.Л. (1977). Металлургические печи. М: Metallurgiya, 464.

5) Ткаченко В.Н. (2008). Математическое моделирование, идентификация и управление технологическими процессами тепловой обработки материалов. Киев, Наукова думка. т.13. 243.

6) Ревун М.П., Зінченко В.Ю., Іванов В.І., Мосейко Ю.В. (2016). Модель динаміки нагрівання металу в полумєневих печах камерного типу. Запорізька державна інженерна академія, Запоріжжя. Математичне моделювання. № 1 (34), 32-34.

7) Каюков Ю. М., Іванов В. І., Чепрасов О. І., Радченко Ю. М. (2018). До управління малоокислювальним нагріванням металу в печах камерного типу. Металургія. Випуск 2 (40), 106-110.

8) Ревун М.П., Іванов В.І., Мосейко Ю.В. (2016). Модель нагрівання металу в печах камерного типу. Научные труды SWORLD ООО Научный мир. Т.2 №2(43), 85-92.

9) Зінченко В.Ю., Іванов В.І., Чепрасов О.І., Каюков Ю.М. (2018). До оптимізації управління тепловою роботою полумєневих термічних печей камерного типу під час нагрівання масивних зливків. Запорізька державна інженерна академія. Запоріжжя. Математичне моделювання № 1(38), 88-94.

10) Ревун М.П., Зінченко В.Ю., Іванов В.І., Чепрасов О.І. (2016). Розробка математичної моделі й алгоритму розрахунків нагрівання термічно масивних тіл у полумєневих термічних печах камерного типу. Металургія. Випуск 1 (35), 72-77.

11) Ревун М.П., Зінченко В.Ю., Іванов В.І., Чепрасов О.І. (2016). Розробка математичної моделі й алгоритму розрахунків нагрівання під термічну обробку злитків у полумєневих камерних печах. Металургія. Випуск 2 (34), 93-97.

12) Будник А.Ф. (2008). Тепломасоперенос у процесах і матеріалах дизайну матеріалів: Навчальний посібник. Суми: Вид-во СумДУ, 158.

13) Тимошпольський В.И., Трусова И.А., Менделев Д.В., Ратников П.Э. (2012). Анализ методов математического моделирования процессов теплообмена в промышленных печах для нагрева металла. Литье и металлургия №2 (65), 102-107.

14) Ревун М.П., Соколов А.К. (2000). Моделирование нагрева металла при автоматизированном проектировании и управлении. Запорожье: ЗГИА, 351.

15) Черевко О.О., Щербаков С.В., Єрмілін А.І., Тітку В.В. (2020). Математичне моделювання теплової роботи методичної печі. Наука та виробництво. Вип. 22, 218-224.

16) Мних І.М. (2015). Розробка математичної моделі нагріву металу та дослідження температурних полів в камерній рециркуляції печі. Енергозбереження. Енергетика. Енергоаудит. №5(136), 59-66.

A simplified physico-mathematical model of heat exchange during heating of a casting in a furnace

Mykola Bosyi

Department of Materials Science and Foundry Production/Mechanical and Technological Faculty,
Central Ukrainian National Technical University, Kropyvnytskyi, Ukraine
ORCID: 0000-0002-3090-0427

Olena Bosa

Department of Materials Science and Foundry Production/Mechanical and Technological Faculty,
Central Ukrainian National Technical University, Kropyvnytskyi, Ukraine
ORCID: 0000-0001-7621-6631

Abstract: Currently, mathematical modeling of the process of heating castings in furnaces as an object of research is an urgent task for the need of more accurate models, taking into account the complex thermophysical processes that occur during the heat treatment of castings in industrial furnaces. The article presents a simplified physico-mathematical model of heat exchange when heating a casting in a furnace, which describes heat exchange processes when using the production technology of heating castings in furnaces. The presented simplified physico-mathematical model of heat exchange during heating of the casting in the furnace is described by the convective heat exchange equation. Modeling the process of heating the casting in the furnace makes it possible to find its optimal parameters. A simplified physical-mathematical model of heat exchange during heating of a casting in a furnace can be used to study the process of heating castings from any metal or alloy (cast iron, steel, aluminum, bronze). A simplified physico-mathematical model of heat exchange during heating of a casting in the furnace is built on ordinary differential equations and allows to calculate the time of heating of the casting. The adequacy of the simplified physical-mathematical model of heat exchange during heating of the casting in the furnace is confirmed by comparing the obtained results with experimental data. Based on the obtained results, it can be stated that they agree satisfactorily with the experimental data.

Key words: heat exchange, Newton-Richmann law, casting heating, variable separation method, heating furnace
